

ДИНАМИЧЕН МОДЕЛ НА КЛЕТКОВА ПОДЕМНА УРЕДБА

Вяра Пожидаева

РЕЗЮМЕ

В статията се разглежда динамичен модел за изследване на силовото натоварване във въжевата система на клеткова подемна уредба. На базата на двумасов математичен модел на дисипативна на система, изхождайки от спецификата на конструкцията и технологичния процес са получени решения удовлетворяващи поставената изследователска цел.

Контролните изпитвания и изследвания на рудничните подемни уредби са неразделна част от тяхната експлоатация. Тези мероприятия са пряко ориентирани към експлоатационната сигурност на рудничния подем.

През последните години в практиката се налагат все повече методите за безразрушителен контрол, което несъмнено е свързано с теоретично изследване на обектите посредством моделирането на динамични процеси.

За сложни многомасови трептящи системи, в които трептенията на едни маси се описват с линейни координати, а на други с ъгли най-удобен е методът на Лагранж. За неконсервативна система (система със затихване, демпфериране) уравнението на Лагранж е:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = Q \quad (1)$$

където:

T и Π са кинетичната и потенциалната енергия на системата;

D – енергията на разсейването (дистанцията);

q_i – обобщените координати;

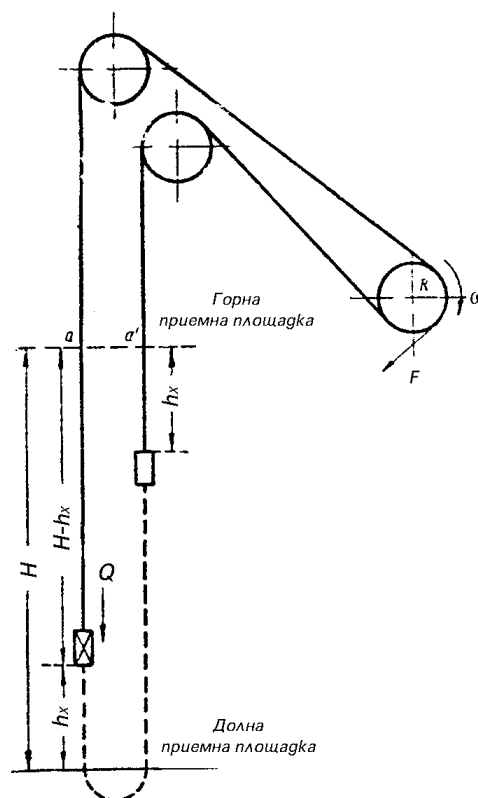
Q – обобщени сили;

t – време.

Познавайки конструкцията на определен тип руднична подемна уредба, може да се съставят множество динамични модели във връзка с предварително поставената изследователска задача.

Така например за рудничния подем от особено значение е силовото натоварване във въжевата система. Съгласно [2], когато целта на изследването е силовото натоварване във въжевата система на подемно-транспортен механизъм, динамичният модел се свежда до една двумасова трептяща система, която се описва с масовия инерционен момент на всички ротиращи части, приведен към вала на барабана и с еквивалентната коравина на целия механизъм.

В най-общият случай на клеткова подемна уредба (фиг. 1), математическото описание на динамичното силово натоварване във въжевата система съгласно метода на Лагранж ще бъде:



Фигура 1.

$$\begin{cases} m\ddot{x} + d\dot{x} + kx - d\frac{R}{i}\dot{\varphi} - k\frac{R}{i}\varphi = Q \\ J\ddot{\varphi} + d\left(\frac{R}{i}\right)^2\dot{\varphi} + k\left(\frac{R}{i}\right)^2\varphi - d\frac{R}{i}\dot{x} - k\frac{R}{i}x = M \end{cases} \quad (2)$$

където:

x, φ – са обобщените координати;

m – маса на товара;

J – масов инерционен момент на всички ротиращи части приведен към вала на барабана;

k – еквивалентната коравина на системата;

Q – обобщената сила на тежестта (+ Q при спускане, - Q при издигане);

M – момент на двигателя (спирачката) редуциран към оста на барабана;

R – радиус на барабана;

d – коефициент на демпфериране съответно за постъпателно движещи се и ротиращи маси [2].

В двумасовия модел обобщената сила Q се приема равна на максималната за оразмеряването на подемната уредба сила, определена в [1], а моментът на електродвигателя M за пропорционален на ъгловата скорост на ротора.

Системата линейни диференциални уравнения (2) се решава при различни начални условия посредством които се въвеждат специфичните особености на физичния процес в математичния модел. Тези особености при клетковите подемни уредби трябва да отразяват характерните периоди от технологичния цикъл, а именно:

Първи период t_1 – равноускорително движение с увеличаване на скоростта от 0 до V_{max} по линеен закон с постоянно ускорение a ;

Втори период t_2 – движение с постоянна скорост V_{max} при ускорение $a = 0$;

Трети период t_3 – равнозакъснително движение с намаляване на скоростта от V_{max} до 0 при постоянно ускорение a .

През периода на движение на подемните съдове с постоянна скорост $V_{max} = const.$, в подемната уредба действат само статични сили, обусловени от теглото на транспортираните товари, теглото на въжето с прицепните устройства и силите на триене. В периодите на равноускорително и равнозакъснително движение освен статичните сили действат и инерционни сили на движещите се маси. Следователно в конкретния случай интерес представляват динамичните натоварвания при ускоряване и спиране на товара Q . Ако при теоретичните изследвания се направят допусканията, че пусковият момент на двигателя и спирачния момент на спирачката са постоянни, а също че шайбеният блок е недеформируем, решението на система (2) е от вида [2]:

$$\begin{cases} x = \frac{A_1}{2} t^2 + B_1 t + C_1 + D_1 e^{-\lambda t} \left(\cos \omega t + \frac{E_1 - D_1 \lambda}{\omega D_1} \sin \omega t \right) \\ \varphi = \frac{A_2}{2} t^2 + B_2 t + C_2 + D_2 e^{-\lambda t} \left(\cos \omega t + \frac{E_2 - D_2 \lambda}{\omega D_2} \sin \omega t \right) \end{cases} \quad (3)$$

където:

ω е честотата на трептенията, която зависи от параметрите на двумасовия модел и се определя от:

$$\omega = \sqrt{k \left(\frac{1}{m} + \frac{R^2}{J_i^2} \right) - \frac{d^2}{4} \left(\frac{1}{m} + \frac{R^2}{J_i^2} \right)^2}$$

λ е коефициент на затихване и се определя от:

$$\lambda = \frac{d}{2} \left(\frac{1}{m} + \frac{R^2}{J_i^2} \right)$$

$A_{12}, B_{12}, C_{12}, D_{12}, E_{12}$ са коефициенти зависещи от параметрите на системата и началните условия; t – време.

Скоростите \dot{x} и $\dot{\varphi}$ могат да бъдат определени чрез диференциране на система (3).

За решаването на задачата е необходимо да бъдат определени константите $A_{12}, B_{12}, C_{12}, D_{12}, E_{12}$ съгласно [2], при съответни начални условия, които за периода на ускоряване на товара са: $t = 0, x_0 = 0, \dot{x}_0 = 0, \varphi_0 = 0, \dot{\varphi}_0 = 0$

$$\begin{cases} A_1 = \left(\frac{M}{m} \pm g \frac{R}{i} \right) \frac{k}{J} \cdot \frac{R}{i} / (\lambda^2 + \omega^2) \\ B_1 = \left[\left(\frac{M}{J} \cdot \frac{d}{m} \pm g \frac{d R}{J i} \right) \frac{R}{i} - 2A_1 \lambda \right] / (\lambda^2 + \omega^2) \\ C_1 = (\pm g - A_1 - 2B_1 \lambda) / (\lambda^2 + \omega^2) \\ E_1 = -B_1 - 2C_1 \lambda \\ D_1 = -C_1 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} A_2 = \left[\frac{k}{J} \left(\frac{M}{m} \pm g \frac{R}{i} \right) \right] / (\lambda^2 + \omega^2) \\ B_2 = \left[\frac{M}{J} \frac{d}{m} \pm g \frac{d R}{J i} - 2A_2 \lambda \right] / (\lambda^2 + \omega^2) \\ C_2 = \left(\frac{M}{J} - A_2 - 2B_2 \lambda \right) / (\lambda^2 + \omega^2) \\ E_2 = -B_2 - 2C_2 \lambda \\ D_2 = -C_2 \end{cases} \quad (5)$$

За периода на спиране на товара при начални условия $t_0 = T - t_c$, (t_c – време на спирачния процес), $x_0 = H - h_x$ (от фиг. 1), $\dot{x}_0 = V_{max} = const$, $\varphi_0 = \frac{2\pi R}{i}$ и $\dot{\varphi}_0 = \dot{\varphi}_{max}$, константите $A_{12}, B_{12}, C_{12}, D_{12}, E_{12}$ се определят от системи уравнения (6) и (7):

$$\begin{cases} A_1 (\lambda^2 + \omega^2) = \left(\frac{M}{m} \pm g \frac{R}{i} \right) \frac{k}{J} \cdot \frac{R}{i} \\ 2A_1 \lambda + B_1 (\lambda^2 + \omega^2) = \left(\dot{x}_0 \frac{k R}{J i} + \varphi_0 \frac{k}{m} + \frac{M}{J} \frac{d}{m} \pm g \frac{d R}{J i} \right) \frac{R}{i} \\ A_1 + 2B_1 \lambda + C_1 (\lambda^2 + \omega^2) = \dot{x}_0 \frac{d R^2}{J i^2} + x_0 \frac{k R^2}{J i^2} + \dot{\varphi}_0 \frac{d R}{m i} + \varphi_0 \frac{k R}{m i} \pm g \\ B_1 + 2C_1 \lambda + E_1 = \dot{x}_0 + x_0 d \left(\frac{1}{m} + \frac{1 R^2}{J i^2} \right) \\ C_1 + D_1 = x_0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases}
 A_2(\lambda^2 + \omega^2) = \frac{k}{J} \left(\frac{M}{m} \pm g \frac{R}{i} \right) \\
 2A_2\lambda + B_2(\lambda^2 + \omega^2) = \frac{M}{J} \frac{d}{m} + \dot{\varphi}_0 \frac{k}{m} + \frac{k}{J} \frac{R}{i} x_0 \pm g \frac{d}{J} \frac{R}{i} \\
 A_2 + 2B_2\lambda + C_2(\lambda^2 + \omega^2) = \frac{M}{J} + \frac{d}{m} \dot{\varphi}_0 + \frac{k}{m} \varphi_0 + \frac{d}{J} \frac{R}{i} \dot{x}_0 + \frac{k}{J} \frac{R}{i} x_0 \quad (7) \\
 B_2 + 2C_2\lambda + E_2 = \dot{\varphi} + \varphi_0 d \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{J} \frac{R^2}{i^2} \right) \\
 C_2 + D_2 = \varphi_0
 \end{cases}$$

Знакът (-) се отнася за случай на повдигане на товара Q, а знакът (+) за случай на спускането му.

Така при известни височина на подема H и продължителност на движението на подемния съд T , силата във въжето F може да бъде определена като разлика между координатите на движещите се маси, умножена по коравината k , а именно:

$$F = \left[\frac{R}{i} \varphi(t) - x(t) \right] k \quad (8)$$

Моделирането на динамични процеси и съставянето на адекватни математически модели за изследване на реални обекти е теоретичен подход, с който се оптимизира обема на натурните експериментални измервания за оценка на функционалната и експлоатационна годност на машините.

ЛИТЕРАТУРА

- Куликов А. А., Горная электромеханика, Москва, *Металлургиздат*, 1965 г.
 Петков С., Експериментално изследване на подемно-транспортни машини, София, *Техника*, 1980 г.

DYNAMIC MODEL OF CAGE HOIST

Viara Pozhidaeva

University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski"
Sofia 1700, Bulgaria

ABSTRACT

The article treats a dynamic model for investigation of the force load in the rope system of cage hoists. For this purpose, a bi-mass mathematical model of a dissipative system has been used, proceeding from the structure specifics and the technological process, obtaining solutions satisfactory for the investigation task.

Control tests and investigations of mine hoists are inseparable part of their operation. These activities are directly orientated to the operating security of mine hoists.

In the last years, non-destructive control methods have gained increasingly wider practical application which, no doubt, involves theoretical site investigation by modeling of the dynamic processes.

For complex multi-mass vibrating systems, where the vibrations of some masses are described by linear coordinates, and others by angular coordinates, the most convenient method is Lagrange's method. For a non-conservative system (with attenuation, damping), Lagrange's equation:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = Q \quad (1)$$

where:

T and Π are the kinetic and potential energy of the system;

D – energy of dissipation (distance);

q_i – generalized coordinates;

Q – generalized forces;

t – time.

Knowing the structure of a given type of mine shaft system, a number of dynamic models can be composed in connection with the investigation task preliminarily set.

Thus, for example, of particular importance for mine hoist is the force load in the rope system. According to [2], when the object of investigation is the force load in the rope system of a hoist-conveyor mechanism, the dynamic model is reduced to a single bi-mass vibrating system, which is described with the mass inertia moment of all rotating parts, reduced to the drum shaft, and with the equivalent hardness of the whole mechanism.

In the most general case of a cage hoist (Fig.1), the mathematical description of the dynamic force load in the rope system according to Lagrange's method, will be:

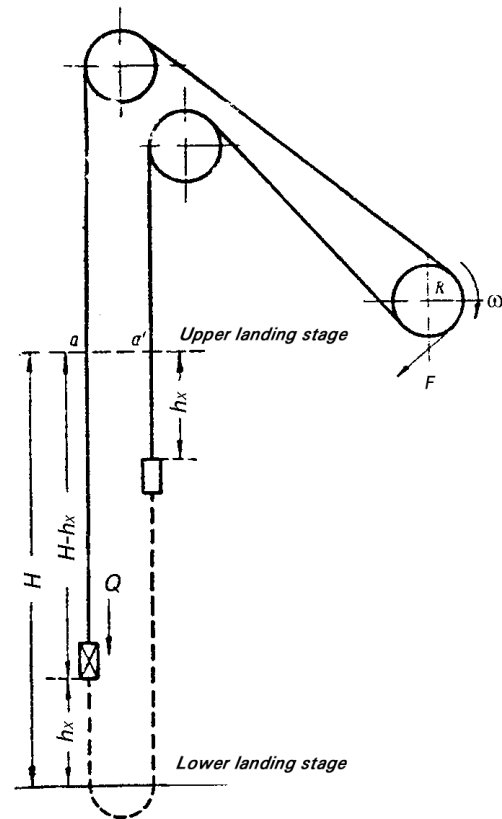


Figure 1.

$$\begin{cases} m\ddot{x} + d\dot{x} + kx - d\frac{R}{i}\dot{\varphi} - k\frac{R}{i}\varphi = Q \\ J\ddot{\varphi} + d\left(\frac{R}{i}\right)^2\dot{\varphi} + k\left(\frac{R}{i}\right)^2\varphi - d\frac{R}{i}\dot{x} - k\frac{R}{i}x = M \end{cases} \quad (2)$$

where:

x, φ – are the generalized coordinates;

m – load mass;

J – mass inertia moment of all rotating parts reduced to the drum shaft;

k – equivalent hardness of the system;

Q – generalized force of the weight (+ Q for lowering, - Q for hoisting);

M – moment of the engine (brakes) reduced to the drum axle;

R – drum radius;

d – coefficient of damping, resp. for progressively moving and rotating masses [2].

In the bi-mass model, the generalized force Q is assumed as equal to the maximal one for dimensioning of the hoist force,

determined in [1], and the el.motor moment M as proportional to the angular speed of the rotor.

The system of linear differential equations (2) is solved for different initial conditions whereby the specific peculiarities of the physical process are introduced in the mathematical model. These peculiarities in the cage hoists must reflect the characteristic periods of the technological cycle, and namely:

First period t_1 – equi-accelerating movement with speed increase from 0 up to V_{max} by linear law, with constant acceleration a ;

Second period t_2 – movement with constant speed V_{max} for acceleration $a = 0$;

Third period t_3 – equi-retarding movement with speed decrease from V_{max} down to 0 for constant acceleration a .

During the period of movement of hoist vessels with constant speed $V_{max} = \text{const.}$, only static forces act in the hoist system, determined by the weight of the hoisted loads, the weight of the rope with the engaging units and the friction forces. In the periods of equi-accelerating and equi-retarding movement, besides the static forces, there also act inertia forces of the moving masses. Consequently, in this specific case, of interest are the dynamic loads upon acceleration and stopping of the load Q . If in the theoretical investigations it is assumed that the starting torque of the engine and the brakes torque are constant, and also that the washer block is undeformable, the solution of system (2) is of type [2]:

$$\begin{cases} x = \frac{A_1}{2} t^2 + B_1 t + C_1 + D_1 e^{-\lambda t} \left(\cos \omega t + \frac{E_1 - D_1 \lambda}{\omega D_1} \sin \omega t \right) \\ \varphi = \frac{A_2}{2} t^2 + B_2 t + C_2 + D_2 e^{-\lambda t} \left(\cos \omega t + \frac{E_2 - D_2 \lambda}{\omega D_2} \sin \omega t \right) \end{cases} \quad (3)$$

where:

ω is the frequency of vibrations, which depends on the parameters of the bi-mass model and is determined by:

$$\omega = \sqrt{k \left(\frac{1}{m} + \frac{R^2}{J i^2} \right) - \frac{d^2}{4} \left(\frac{1}{m} + \frac{R^2}{J i^2} \right)^2}$$

λ is coefficient of attenuation, determined by:

$$\lambda = \frac{d}{2} \left(\frac{1}{m} + \frac{R^2}{J i^2} \right)$$

$A_{12}, B_{12}, C_{12}, D_{12}, E_{12}$ are coefficients depending on the system parameters and the initial conditions;

t – time.

The velocities \dot{x} and $\dot{\varphi}$ can be determined through differentiation of system (3).

To solve the problem, it is necessary to determine the constants $A_{12}, B_{12}, C_{12}, D_{12}, E_{12}$ in accordance with [2], for the respective initial conditions, which for the period of load acceleration, are: $t = 0, x_0 = 0, \dot{x}_0 = 0, \varphi_0 = 0, \dot{\varphi}_0 = 0$

$$\begin{cases} A_1 = \left(\frac{M}{m} \pm g \frac{R}{i} \right) \frac{k}{J} \cdot \frac{R}{i} / (\lambda^2 + \omega^2) \\ B_1 = \left[\left(\frac{M}{J} \cdot \frac{d}{m} \pm g \frac{d}{J} \frac{R}{i} \right) \frac{R}{i} - 2A_1 \lambda \right] / (\lambda^2 + \omega^2) \\ C_1 = (\pm g - A_1 - 2B_1 \lambda) / (\lambda^2 + \omega^2) \\ E_1 = -B_1 - 2C_1 \lambda \\ D_1 = -C_1 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} A_2 = \left[\frac{k}{J} \left(\frac{M}{m} \pm g \frac{R}{i} \right) \right] / (\lambda^2 + \omega^2) \\ B_2 = \left[\frac{M}{J} \frac{d}{m} \pm g \frac{d}{J} \frac{R}{i} - 2A_2 \lambda \right] / (\lambda^2 + \omega^2) \\ C_2 = \left(\frac{M}{J} - A_2 - 2B_2 \lambda \right) / (\lambda^2 + \omega^2) \\ E_2 = -B_2 - 2C_2 \lambda \\ D_2 = -C_2 \end{cases} \quad (5)$$

For the period of load stopping for initial conditions $t_0 = T - t_c$, (t_c – time of the braking process), $x_0 = H - h_x$ (from Fig.1),

$\dot{x}_0 = V_{max} = \text{const}$, $\varphi_0 = \frac{2\pi R}{i}$ и $\dot{\varphi}_0 = \dot{\varphi}_{max}$, the constants $A_{12}, B_{12}, C_{12}, D_{12}, E_{12}$ are determined by systems of equations (6) and (7):

$$\begin{cases} A_1 (\lambda^2 + \omega^2) = \left(\frac{M}{m} \pm g \frac{R}{i} \right) \frac{k}{J} \cdot \frac{R}{i} \\ 2A_1 \lambda + B_1 (\lambda^2 + \omega^2) = \left(\dot{x}_0 \frac{k}{J} \frac{R}{i} + \varphi_0 \frac{k}{m} + \frac{M}{J} \frac{d}{m} \pm g \frac{d}{J} \frac{R}{i} \right) \frac{R}{i} \\ A_1 + 2B_1 \lambda + C_1 (\lambda^2 + \omega^2) = \dot{x}_0 \frac{d}{J} \frac{R^2}{i^2} + x_0 \frac{k}{J} \frac{R^2}{i^2} + \dot{\varphi}_0 \frac{d}{m} \frac{R}{i} + \varphi_0 \frac{k}{m} \frac{R}{i} \pm g \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} B_1 + 2C_1 \lambda + E_1 = \dot{x}_0 + x_0 d \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{J} \frac{R^2}{i^2} \right) \\ C_1 + D_1 = x_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_2 (\lambda^2 + \omega^2) = \frac{k}{J} \left(\frac{M}{m} \pm g \frac{R}{i} \right) \\ 2A_2 \lambda + B_2 (\lambda^2 + \omega^2) = \frac{M}{J} \frac{d}{m} + \dot{\varphi}_0 \frac{k}{m} + \frac{k}{J} \frac{R}{i} x_0 \pm g \frac{d}{J} \frac{R}{i} \\ A_2 + 2B_2 \lambda + C_2 (\lambda^2 + \omega^2) = \frac{M}{J} + \frac{d}{m} \dot{\varphi}_0 + \frac{k}{m} \varphi_0 + \frac{d}{J} \dot{x}_0 + \frac{k}{J} \frac{R}{i} x_0 \\ B_2 + 2C_2 \lambda + E_2 = \dot{\varphi}_0 + \varphi_0 d \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{J} \frac{R^2}{i^2} \right) \\ C_2 + D_2 = \varphi_0 \end{cases} \quad (7)$$

The sign (-) refers to a case of IQ load lifting, and the sign (+) for a case of its lowering.

Thus, for known height of the hoist H and duration of the movement of the hoist vessel T , the force in the rope F can be determined as a difference between the coordinates of the moving masses, multiplied by the hardness k , and namely:

$$F = \left[\frac{R}{i} \varphi(t) - x(t) \right] k \quad (8)$$

The modeling of dynamic processes and the composing of adequate models for investigation of real objects is a theoretical approach where the volume of natural experimental measurements for evaluation of the functional and operational fitness of the machines is optimized.

REFERENCES

- Kulikov A. A., Mining Electromechanics, Moscow, *Metallurgizdat*, 1965.
Petkov S., Experimental investigation of hoist-transporting machines, Sofia, *Tehnika*, 1980.