

ОТНОСНО ВЪЗМОЖНОСТИТЕ ЗА ОБОБЩАВАНЕ НА НОВИЯ СТОХАСТИЧЕН МОДЕЛ НА МИННАТА МУЛДА

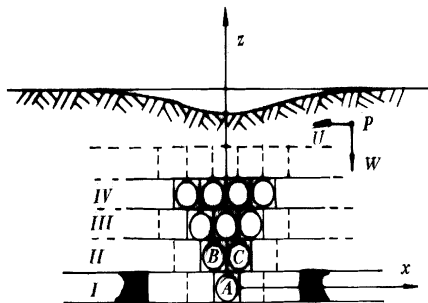
Михаил Вълков

Минно-геоложки университет
"Свети Иван Рилски"
София 1700

РЕЗЮМЕ

Тази статия представя минната мулда от гледна точка на стохастичните процеси. Отчитайки вероятностните закономерности и еластичните свойства на частиците от сипещата се среда, е получено обобщено нелинейно уравнение за пресмятане на мулдата на слягане. Новополученото уравнение е обобщение на съществуващите стохастични линейни и нелинейни модели в геомеханиката и може да бъде използвано като универсална база за по-задълбочено осмисляне и анализ на разглежданото явление.

При създаването на стохастичната геомеханична теория за минната мулда Й. Литвинишин (1956) приема многократно подработения скален масив като множество от отделни скални блокове (Фиг.1). Тази система от тела има толкова степени на свобода, че изглежда логично за пресмятане на преместванията ѝ да се използват стохастически методи.



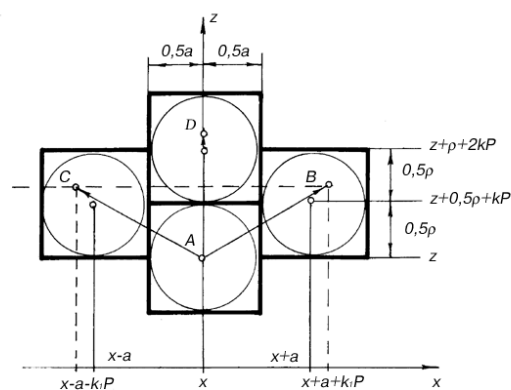
Фигура 1

В тази работа се проучват възможностите за получаване на обобщен нелинеен модел на стохастична среда с приложение в механиката на минната мулда.

За пресмятане на предизвиканите от подземни минни работи премествания в скалния масив и на земната повърхност се допуска, че са изпълнени следните предположения:

- Преместванията в скалния масив се разглеждат от гледна точка на стохастичните процеси;
- Геоматериалът е стохастична среда, изградена от еластични макроекосеви;
- Характеристиките на скалния масив позволяват да се използва моделът на новата стохастична среда, предложена от М.Вълков (1997).

За да се въведе този модел се разглежда равнинна система от правоъгълни клетки, снабдена с координатна система x, z , както на Фиг.2.



Фигура 2

Всяка клетка съдържа по една частица от стохастичната среда. Ако частицата в поле A бъде отстранена, освободеното пространство може да бъде заето единствено от частица, намираща се в съседните по-високо разположени клетки B, C или D.

Когато еластична частица се премести от по-високо на по-ниско ниво в сипещата се среда, това предизвиква появата и на еластични премествания на нейния център на тежестта (Фиг.1) в резултат на промяната на външното натоварване.

Нека с $P(x, z)$ бъде означена вероятността за поява на празно пространство в клетка с координати на центъра и на тежестта (x, z) .

Следвайки предположението на Й. Литвинишин (1974) за наличието на съответствие между вероятността и вертикалното преместване на точките от скалния масив, за представената по-горе стохастична среда може да се запише зависимостта:

$$w(x, z) = w_1 + P(x, z)w_2 \quad (1),$$

където w_1 е класическото стохастично преместване, при чието определяне частиците на скалния масив са приети за абсолютно твърди тела според Й. Литвинишин (1974);

w_2 е нарастването на еластичното вертикално преместване, причинено от смяната на местата между частиците, т.е. от промяната на външното натоварване. Неговата големина е пропорционална на вероятността, частицата да попадне на по-ниско ниво.

Ако p , q , и c са съответно вероятностите празно пространство от клетка А да мигрира към клетки В, С или D, то тогава съществува следното равенство:

$$p + q + c = 1 \quad (2),$$

т.е. ако се отстрани частица в поле А, празното пространство може да бъде запълнено единствено от частица от клетките В, С или D.

В съответствие с механизма на случайните процеси може да се запише уравнението:

$$P(x, z) = pP(x - a - k_1P, z + 0,5\rho + kP) + qP(x + a + k_1P, z + 0,5\rho + kP) + cP(x, z + \rho + 2kP). \quad (3),$$

където $k_1 = \Delta u(x, z)$ е изменението на хоризонталното релативно еластично преместване, при попадане на частицата в нови условия; $k = \Delta w(x, z)$ е промяната на вертикалното релативно еластично преместване.

Зависимостта (3) е отправна точка за получаване на обобщаващото нелинейно уравнение за определяне на минната мулда.

След развитие на събираемите в дясната част на (3) в Тейлорови редове за околността на точка (x, z) , след заместване на получените изрази в изходното уравнение, като се следва М. Вълков (2001) и след граничен преход $a \rightarrow 0$, $\rho \rightarrow 0$ при подходящ избор на размерностите се конструира следното уравнение:

$$[A_{11}(P)P_x]_x + 2[A_{12}(P)P_x]_z + [A_{22}(P)P_z]_z + V_1(P)P_x + V_2(P)P_z = 0 \quad (4),$$

където $P_x = \partial P / \partial x$, $P_z = \partial P / \partial z$; $A_{11}(P)$, $A_{12}(P)$, $A_{22}(P)$, $V_1(P)$ и $V_2(P)$ са характеристики на скалния масив.

При получаването на уравнение (4) е отчетен фактът, че при граничен преход изразите от висок порядък изчезват и е прието в съответствие с М. Вълков (2001), че съществуват съответните граници.

Новополученото уравнение (4) е обобщение на съществуващите класически стохастични модели на Й. Литвинишин (1956, 1974, 1974) и на линейните и нелинейни модели на М.Вълков (1988, 1997).

Препоръчана за публикуване от катедра "Техническа механика", МТФ

Така при $A_{12}(P) = A_{22}(P) = V_1(P) = 0$ от (4) следва нелинейното параболично уравнение с частни производни

$$[A_{11}(P)P_x]_x + V_2(P)P_z = 0 \quad (5),$$

чиито решения, имащи приложения в минната практика, са представени от М.Вълков (1989).

Новополученото обобщаващо нелинейно уравнение (4) може да се използва като универсална основа за интерпретиране на минната мулда при различни условия и разнообразни характеристики на средата скален масив.

Следвайки А. Н. Тихонов (1972) може да се покаже, че уравнение (4) би могло да сменя своя вид от хиперболично през параболично в елиптично.

В заключение може да се каже, че обобщаващото нелинейно уравнение (4), получено по-горе, предлага интересни възможности за формулиране и решаване на задачи, свързани с определяне на предизвиканите от подземни минни работи премествания в скалния масив и на земната повърхност. Полученото уравнение дава възможност да се формира цялостна представа за стохастичната теория в механика на минната мулда и да се обогати инструментариумът от модели и методи за пресмятане в минната практика.

ЛИТЕРАТУРА:

- Вълков М. 1988. За основното уравнение на нелинейната стохастична геомеханика. Годишник на ВМГИ, т. XXXIV, Св. II, (Бълг.; резюме на руски и английски), 357-363.
- Вълков М. 1989. Нови стохастични линейни и нелинейни модели в теорията на слягането на земната повърхност под влиянието на подземни минни работи, ВМГИ, Дисертация.
- Тихонов, А.Н., Самарский А.А, 1972 . Уравнения математической физики. Изд. Наук.
- Litwiniszyn J., 1956 Gebirgsbewegungen über einem Abbau als stochastischer Prozes aufgefasset., Freiburger Forschungshefte, C 66, 45-64
- Litwiniszyn J., 1974., Die Anwendung des Modells eines herumirrenden Teilchens auf die Probleme der Mechanik rolliger Medien., Felsmechanik, Vol.III/3-4, 122-131.
- Litwiniszyn J., 1974., Stochastic Methods in Mechanics of granular bodies. Wien, Heidelberg, New York, Springer Verlag.
- Vulkov M., 1997, A new model of stochastic medium with application in mechanics of mining subsidence. Геомеханично осигуряване на минното производство, Несебър, 278-285.
- Vulkov M. 2001, A generalization of the stochastic mathematical model of mining subsidence. Computer integrated technologies in mining industry., Prijedor, 113-116.

ABOUT THE GENERALISATION POSSIBILITIES IN A NEW STOCHSTICAL MODEL OF MINING SUBSIDENCE

Michael Vulkov

University of Mining and Geology "St. Ivan Rilsky"
Sofia, 1700, Bulgaria

ABSTRACT

This paper presents the mining subsidence trough from the viewpoint of the stochastic processes. Taking into account the laws of the chance processes and the elastic properties of the particles of the loose media a generalized nonlinear equation for calculating the mine subsidence trough is obtained. The new obtained equation generalizes the existing stochastic linear and nonlinear models in geomechanics and may be used as an universal basis for deeper understanding and analyzing the subsidence phenomenon.

When creating the stochastic geomechanical theory of mining subsidence J. Litwiniszyn (1956) considered the many time underworked rock mass as an accumulation of loose stone blocks (Fig.1). This system of bodies has such a degree of freedom that is seems logical to apply statistical methods in calculating its displacements.

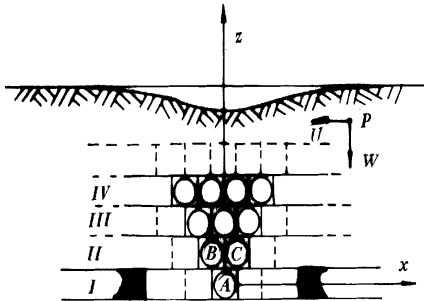


Figure 1

In this work we study the possibility to use a generalized nonlinear model of stochastic medium with application in the mining subsidence.

For calculating the displacements in rock mass and on the earth's surface, caused by underground mining works, let us assume that the following presumptions are fulfilled:

1. the displacements of the rock mass are regarded from the view point of the stochastic processes;
2. the geomaterial is stochastic medium built from elastic particles;
3. the characteristics of the rock mass allow to use the model of the new stochastic medium, presented from M. Vulkov (1997).

In order to sketch this consideration let us assume a plane rhombic packing of particles in the Cartesian system of coordinates (x, z) , as in Fig.2.

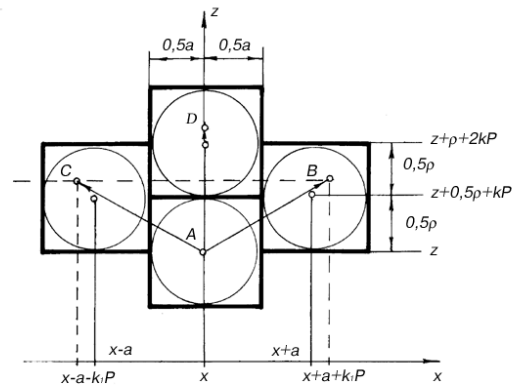


Figure 2

If the particle in field A is removed, the vacant space can only be filled by a particle from the neighboring higher fields B, C or D.

When an elastic particle migrates from higher to lower level of the loose media, this causes appearance of elastic displacement changes, as a result of the external load changes.

Let $P(x, z)$ be the probability of a void appearance in a cage with a center-point coordinates (x, z) . Following the assumption of J. Litwiniszyn (1974) for correspondence of that probability with the vertical displacements of the rock mass points for the stochastic medium presented above the following relationship could be written:

$$w(x, z) = w_1 + P(x, z)w_2 \quad (1),$$

where w_1 is the classical stochastic displacement, by determining of which the rock mass particles are assumed for solid bodies after Litwiniszyn (1974); w_2 is the increase of the elastic vertical displacement, caused by the change of places among particles in different levels i.e. by the change of the external load. Its value is proportional to the probability for removing at lower horizon.

Let $p, q,$ and c be the chances of a void migration from cage A to B, C or D respectively. Then the following equality exists:

$$p + q + c = 1 \quad (2),$$

i.e. if a particle in field A is removed, the vacant space can only be filled by a particle from cages B, C or D.

In accordance with the mechanism of chance processes the following equation may be written:

$$P(x, z) = pP(x - a - k_1P, z + 0,5\rho + kP) + qP(x + a + k_1P, z + 0,5\rho + kP) + cP(x, z + \rho + 2kP). \quad (3)$$

where $k_1 = \Delta u(x, z)$ is the change of the horizontal elastic relative displacement of the particle's center-point (Fig.2); $k = \Delta w(x, z)$ is the increase of the vertical elastic relative displacement of the particle's center-point.

The relationship (3) is the starting point for obtaining the generalized non linear equation for mining subsidence determining. After developing the right-side-terms of equation (3) in Taylor's series for x, z – point area, after substituting the obtained expressions in relationship (3), following M. Vulkov (2001) and after limiting process $a \rightarrow 0, \rho \rightarrow 0$ by corresponding choice of the measurements, the following equation is constructed:

$$[A_{11}(P)P_x]_x + 2[A_{12}(P)P_x]_z + [A_{22}(P)P_z]_z + B_1(P)P_x + B_2(P)P_z = 0 \quad (4)$$

where $P_x = \partial P / \partial x, P_z = \partial P / \partial z;$ $A_{11}(P), A_{12}(P), A_{22}(P), B_1(P)$ and $B_2(P)$ are rock mass characteristics.

By obtaining the equation (4) we take into consideration the fact that when passing to the limit expressions of higher order disappear and is assumed that appropriate limits such as by M. Vulkov (2001) exist.

The newly constructed equation (4) is a generalization of the classical linear models of J. Litwiniszyn (1956, 1974, 1974) and of the M. Vulkov's (1988, 1997) models.

So by $A_{12}(P) = A_{22}(P) = B_1(P) = 0$ from (4) follows the nonlinear parabolic equation

$$[A_{11}(P)P_x]_x + B_2(P)P_z = 0 \quad (5)$$

whose interesting solutions and their applications for mining subsidence engineering were presented from M. Vulkov (1989).

The newly obtained generalized nonlinear equation (4) may be used as a universal basis for the interpretation of the mining subsidence in different conditions and by different kinds of rock mass characteristics.

After A Tichonov (1972), it can be shown that the equation (4) can change its type from hyperbolic through parabolic into elliptic one.

In conclusion it can be said that the generalized nonlinear equation (4) obtained in this paper, offers interesting possibilities for formulating and solving strata movement problems caused by underground mining works. The last equation certainly enables us to complete the visions about the stochastic theory in mining subsidence and to enrich the models and methods for strata movement calculations.

REFERENCES

- Vulkov M. 2001, A generalization of the stochastic mathematical model of mining Вълков М. 1988. За основното уравнение на нелинейната стохастична геомеханика. Годишник на ВМГИ, т. XXXIV, Св. II, (Бълг.; резюме на руски и английски), 357-363.
- Вълков М. 1989. Нови стохастични линейни и нелинейни модели в теорията на слягането на земната повърхност под влиянието на подземни минни работи, ВМГИ, Дисертация.
- Тихонов, А.Н., Самарский А.А., 1972 . Уравнения математической физики. Изд. Наук.
- Litwiniszyn J., 1956 Gebirgsbewegungen über einem Abbau als stochastischer Prozes aufgefasst., Freiburger Forschungshefte, C 66, 45-64
- Litwiniszyn J., 1974., Die Anwendung des Models eines herumirrenden Teilchens auf die Probleme der Mechanik rolliger Medien., Felsmechanik, Vol.III/3-4, 122-131.
- Litwiniszyn J., 1974., Stochastic Methods in Mechanics of granular bodies. Wien, Heidelberg, New York, Springer Verlag.
- Vulkov M., 1997, A new model of stochastic medium with application in mechanics of mining subsidence. Геомеханично осигуряване на минното производство, Несебър, 278-285.
- subsidence. Computer integrated technologies in mining industry., Prijedor, 113-116.

Recommended for publication by Department of

Theoretical and applied mechanics, Faculty of Mining Technology