

МОДЕЛИРАНЕ ТЕМПЕРАТУРНО ПОЛЕ НА МАГМЕНИ ТЕЛА В ЗЕМНАТА КОРА

Велислав Стоянов

Симеон Костянев

Минно-геоложки университет "Свети Иван Рилски",
 София 1700, България,
 E-mail: velislavs@yahoo.com

Минно-геоложки университет "Свети Иван Рилски", София
 1700, България,
 E-mail: simeon44@yahoo.co.uk

РЕЗЮМЕ

В тази статия е проведено моделиране на температурно поле на магмени тела, внедрени в Земната кора. Разгледан е следния модел: нека в пласт с дебелина H е внедрено магмено тяло. Търси се температурата $T(x, y, z, t)$, удовлетворяваща уравнението $a^2 \Delta T = \frac{\partial T}{\partial t}$, с начално условие

$T(x, y, z, t = 0) = T_0(x, y, z)$ и гранични условия $T(x, y, z = 0, t) = 0$, $K \frac{\partial T(x, y, z = H, t)}{\partial z} = Q_H$. Решавайки тази задача ние намираме след колко

време и как се изменя топлинния поток на земната повърхност. За изследване на основните характеристики на топлинното поле бяха проведени разчети за тела с формата на куб и паралелепипед. Изследвано е поведението на температурата вътре и в околността на тялото в зависимост от времето. Изяснено е поведението на изстиване на телата на земната повърхност. Приведени са числени резултати за топлинния поток на земната повърхност в зависимост от времето по профили, минаващи през проекцията на центъра на телата.

ВЪВЕДЕНИЕ

Пред геолозите и геофизиците често възниква въпроса за продължителността на изстиване на магмено интрузивно тяло, за температурата на околните скали на някакво разстояние от него. На тези въпроси е леко да се отговори, ако са известни топлинните характеристики на разглежданите тела и околните скали. Но често точните данни се получават трудно, понеже топлопроводимостта на скалите се понижава при повишаване на температурата, а топлоемността се повишава при повишаване на температурата до 400°C. Игнорирайки измененията, свързани с температурата, можем да получим повече или по-малко достоверни средни значения.

Топлинните въздействия се наслаждат върху предишния топлинен режим, обусловен от постоянния геотермичен градиент на кондуктивния топлинен поток. При изчисленията на първичните температури на скалите се прибавят температурите на внедряващите се тела, като обезателно се отчита началната им

температура на втвърдяване. Така също се пресмята и нагряването на околните скали. По този начин можем да съставим уравнението на топлопроводимостта, отразяващо това топлинно въздействие.

Количеството на преносимата от тялото топлина, която се разсейва в околните скали, довежда до охлаждане на интрузивното тяло и се определя първо от специфичната топлоемност на тялото и на второ място от скритата топлина на кристализацията. Обаче може да се окаже, че втвърдяващото се тяло съдържа обособили се по-рано кристали. Не може също така да твърдим, че последната фаза на кристализация преминава при постоянна температура. Точното определено на охлаждането с отчитане на скритата топлина на кристализация е свързано с големи трудности.

ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ НА ПРОБЛЕМА

Разглеждаме следния случай: Търси се аномалното изменение на температурата, предизвикано от влиянието на термално тяло (магма) T (фиг.1).

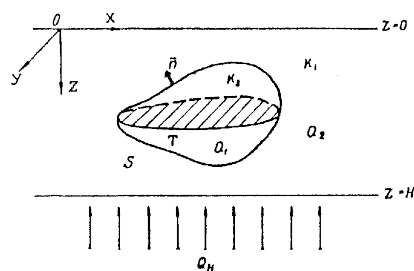
Нека в слоя с мощност H се внедрява тяло. Ще намерим температурата удовлетворяваща уравнението:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

където

$a^2 = a_1^2$ - коефициент на топлопроводимост на тялото,

$a^2 = a_2^2$ - коефициент на топлопроводимост на средата.



фигура 1

Началните и гранични условия имат вида:

$$T(M, t)|_{t=0} = T_0(M) = \begin{cases} \frac{Q_H}{K_1} z, & M \in V, \\ T_1, & M \in V, \end{cases} \quad (2)$$

$$T(M, t)|_{z=0} = 0; \quad K_1 \frac{\partial T}{\partial z}|_{z=H} = Q_H = const \quad (3)$$

На повърхността на тялото имаме следните гранични условия:

$$[T]_s = 0; \quad \left[K \frac{\partial T}{\partial n} \right]_s = 0 \quad (4)$$

Решавайки граничната задача (1) - (4) можем да установим след какво време и как ще се измени топлинния поток върху земната повърхност:

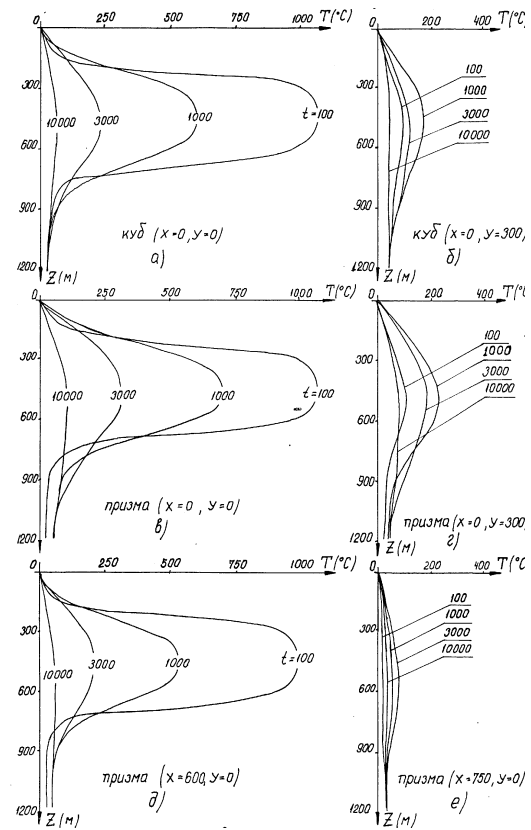
$$K_1 \frac{\partial T}{\partial z}|_{z=0} = P(x, y, t) \quad (5)$$

при което

$$P(x, y, t)|_{t=0} = Q_H$$

За изследване на основните характеристики на топлинното поле са направени изчисления за изстиване на тяло (куб, призма). Кубът се намира на дълбочина 300 m и има страни равни на 300 m, т.е. $-150 < x < 150$; $-150 < y < 150$; $300 < z < 600$, а призмата се намира на същата дълбочина, но има размери 4 пъти по-големи по оста x, т.е. $-600 < x < 600$. Размерите по y и по z са същите.

Ще разгледаме в началото как ще се измени температурата близо до тялото и с какво ще се различава изстиването на призмата от изстиването на куба. На фиг. 2 са приведени графиките на изменение на температурата в дълбочина за различни времена и различни точки в околност на тялото.



Фигура 2

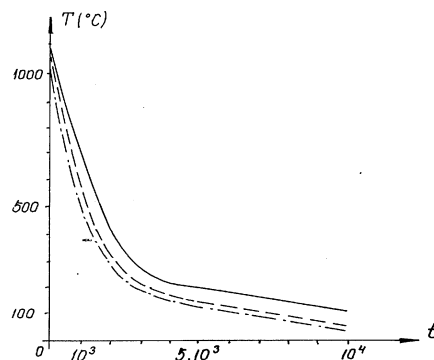
Лесно се вижда, че по осите преминаващи през центъра на тялото изстиването на призмата е по-бавно от изстиването на куба. Максималната температура се концентрира около тялото и за първите 100 г. температурата на тялото пада с 5%. След 1000 г. температурата на тялото пада с 25 %. След 3000 г. остава 25 % от първоначалната температура, а след 10000 г. се запазва 10 % от началната температура на тялото.

Това особено ясно личи на фиг.3 и фиг.4, където са дадени графиките на изменение на температурата вътре и в околност на тялото.

На фиг.3 имаме изменение на температурата вътре в тялото:

център на куба (x=0, y=0, z=450);

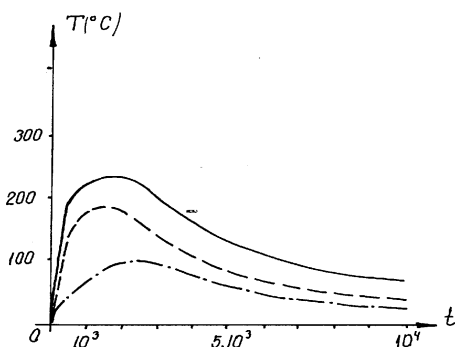
- - - - център на призмата (x=0, y=0, z=450);
- . . . - призма (x=600, y=0, z=450);



Фигура 3

На фиг.4 имаме изменение на температурата около тялото:

- около куба ($x=0, y=300, z=300$);
- - - около призмата ($x=0, y=300, z=450$);
- . . . около призмата ($x=750, y=0, z=450$).



Фигура 4

Вижда се, че вътре в тялото първите 2000 г. температурата намалява със скорост $0,35 \div 0,4$ град/год. При големи времена скоростта на изстиване рязко пада и вече при $4000 < t < 10000$ средната скорост е равна на $0,02$ град/год.

В близост до тялото температурата от начало нараства, а после започва да пада. Времето на достигане на максимума зависи от разстоянието до тялото и от положението на точката относно тялото. Така на разстояние 150 m от границата на куба максималната температура от 190°C се достига за 1500 г от началния момент на изстиване на тялото. За призмата имаме различни резултати в зависимост от това в близост до коя стена изследваме температурата. Ако сме близо до центъра на голямата стена на

разстояние 150m до нея, то максимумът на температурата е по-голям от този на куба и е 240°C . Той също се достига за 1500 г. Ако се намираме от края на призмата, то максималната температура е доста по-малка - 100°C и се достига значително по-късно - след 2500 г. от началото на изстиване на тялото. След достигане на максимума в близост до тялото температурата пада много бавно - приблизително $0,01$ град/год.

Представлява интерес как се проявява "изстиването" на тялото върху земната повърхност. В таблици 1, 2 и 3 са приведени изчисленията на нестационарен топлинен поток върху земната повърхност по профил преминаващ през проекцията на центъра на тялото (съответно за куба и призмата).

Таблица 1 Куб $q = \lambda u_z(t, x = 0, y, z = 0)$

y/t	0	150	300	450	600	750	900	1050	1200
100	0.796	0.431	0.086	0.062	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06
1000	2.10	1.652	0.954	0.328	0.138	0.084	0.067	0.062	0.061
3000	1.182	1.008	0.672	0.356	0.192	0.118	0.086	0.072	0.069
10000	0.31	0.286	0.234	0.176	0.134	0.106	0.09	0.081	0.078

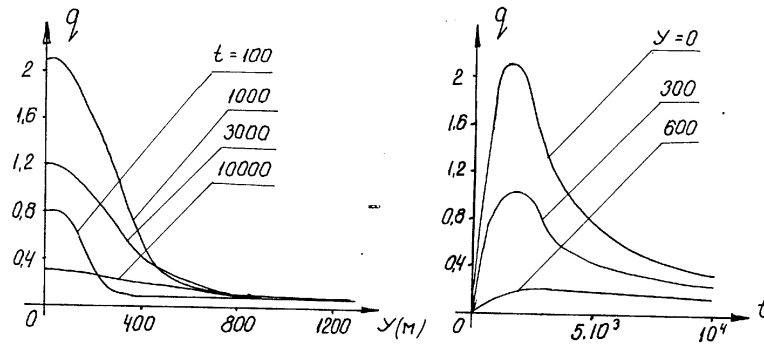
Таблица 2 Призма $q(t, x = 0, y, z = 0)$

y/t	0	150	300	450	600	750	900	1050	1200
100	1.168	0.840	0.456	0.094	0.062	0.062	0.06	0.06	0.06
1000	2.636	2.114	1.264	0.282	0.198	0.104	0.074	0.064	0.062
3000	1.774	1.540	1.068	0.596	0.322	0.182	0.116	0.096	0.082
10000	0.542	0.504	0.414	0.310	0.226	0.168	0.132	0.114	0.108

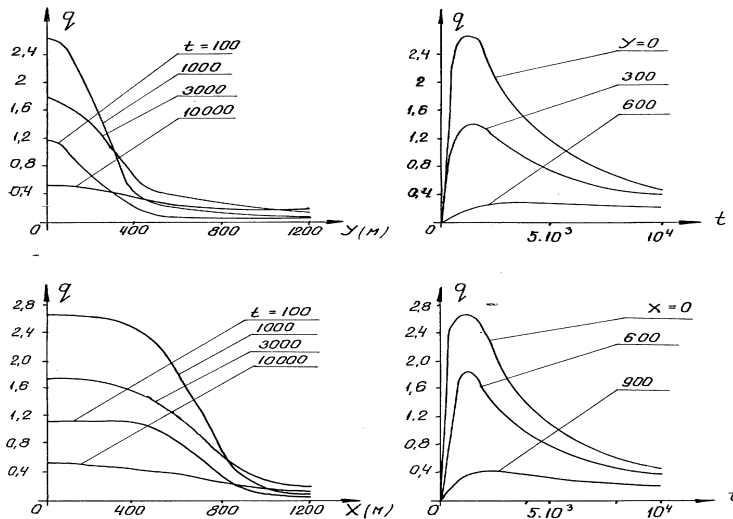
Таблица 3 Призма $q(t, x, y = 0, z = 0)$

y/t	0	150	300	450	600	750	900	1050	1200
100	1.168	1.168	1.166	1.142	0.798	0.430	0.086	0.062	0.06
1000	2.636	2.624	2.570	2.376	1.743	0.978	0.338	0.148	0.108
3000	1.774	1.754	1.680	1.504	1.154	0.740	0.394	0.232	0.186
10000	0.542	0.534	0.506	0.456	0.382	0.298	0.226	0.184	0.170

Тези резултати са представени за куба на фиг.5 и за призмата на фиг.6.



Фигура 5



Фигура 6

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Увеличението на топлинния поток на тяло разположено на дълбочина 300 m започва да се проявява след 100 г. от момента на започване на изстиването на тялото, а достига максимума си в зависимост от точките на измерване след 1000-2000 г. от началния момент. В тези времена потокът е силно локализиран на повърхността на тялото. За време по-голямо от 3000 г. потокът върху земната повърхност съществено намалява и се развива по нея. Все пак следва да отбележим, че дори след 10 000 г. от момента на изстиване на тялото топлинният поток от него десетки пъти превъзхожда естествения поток от дълбочинните източници.

Трябва да отбележим, че проведенните изследвания се отнасят до недълбоко разположено тяло. Ако тялото се намира на голяма дълбочина $H(m)$, то всички пространствени характеристики се увеличават $(H/300)$ пъти, а временните $(H/300)^2$ пъти. Така за тяло, намиращо се на дълбочина 3000 m временните характеристики се увеличават 100 пъти. Тогава максимумът на топлинния

поток върху земната повърхност за това тяло ще се достигне след 100-200 хил.год. Десет пъти ще се влоши локализацията на топлинния поток. При дълбочина на тялото ($H=3000$ m) потокът ще бъде локализиран в област с радиус 4000-5000 m.

ЛИТЕРАТУРА

- Вычислительная математика и техника в разведочной геофизике, Справочник геофизика. 1982. М., Недра.
 Власов В., Любимова Е. 1977. Математические модели в геотермике. - В: Проблемы мат. физики и вычисл. математики. М.
 Карслоу Г. и др. 1964. Теплопроводность твердых тел. М.
 Кутас Р. И. и др. 1989. Моделирование теплового потока. Киев, Наукова думка.
 Костянев С. Г. 1979. Математические модели геотермальных полей в градиентных средах, Труды НИВЦ МГУ, М.
 Костянев С. Г. 1999. Математическо моделиране на геофизични полета в градиентни среди. С., МГУ, 200 с.

Препоръчана за публикуване от катедра "Приложна геофизика", ГПФ

MODELING THE TEMPERATURE FIELD AROUND HOT MAGMA BODY

VELISLAV STOYANOV

UNIVERSITY OF MINING & GEOLOGY "ST. IVAN RILSKY, SOFIA,
 BULGARIA,
 e-mail: velislavs@yahoo.com

Simeon Kostyanev

UNIVERSITY OF MINING & GEOLOGY "ST. IVAN RILSKY, SOFIA, BULGARIA,
 e-mail: simeon44@yahoo.co.uk

ABSTRACT

Modeling the temperature field around hot magma body implanted in the earth's crust is carried out in this article. The following model is treated: let in a layer of H thickness a magma body is implanted. The temperature T had to be found, it should satisfy this equation $a^2 \Delta T = \frac{\partial T}{\partial t}$, with initial condition $T(x, y, z, t = 0) = T_0(x, y, z)$ and boundary conditions $T(x, y, z = 0, t) = 0$, $K \frac{\partial T(x, y, z = H, t)}{\partial z} = Q_H$. Solving this problem we find out after how much time and how the heat flow on earth's surface changes. In order to investigate the basic characteristics of the temperature field calculations for cubic and prismatic bodies were carried out. We have investigated the behavior of temperature inside and around the body as a function of time. The behavior of cooling body on earth's crust is found. Numerical results of heat flows of the earth's surface are depending on time according to profiles passing through the center of the bodies.

INTRODUCTION

The question about the duration of cooling of magma body is important to geological science. It is easy to answer these questions if we know the heat characteristics of the investigated body and the rocks nearby.

But often these data are difficult to get because heat conductivity of rocks gets lower when temperature rises and heat capacity increases when the temperature reaches 400°

C. Ignoring changes connected with the temperature we can obtain more or less valid average values.

FORMULATION AND SOLVING THE PROBLEM

Let's treat the following case: The anomalous change of temperature provoked by the influence of thermal body has to be found. (fig. 1).

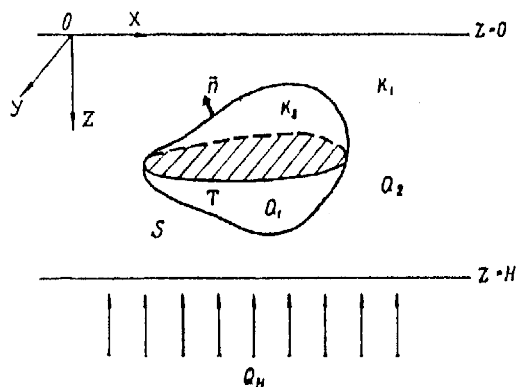


Figure 1.

Let in the layer with thickness H a body is implanted. We define the temperature satisfying the equation:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

where

$a^2 = a_1^2$ - the coefficient of heat conductivity of the body,

$a^2 = a_2^2$ - the coefficient of heat conductivity of the medium.

Initial and boundary conditions are:

$$T(M, t)|_{t=0} = T_0(M) = \begin{cases} \frac{Q_H}{K_1} z, & M \in V, \\ T_1, & M \in V, \end{cases} \quad (2)$$

$$T(M,t)|_{z=0} = 0; \quad K_1 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=H} = Q_H = \text{const} \quad (3)$$

On the body surface we get the following boundary conditions:

$$[T]_s = 0; \quad \left[K \frac{\partial T}{\partial n} \right]_s = 0 \quad (4)$$

Solving the boundary problem (1) - (4) we can know after how much time and how the heat flow will change on the earth's surface:

$$K_1 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = P(x,y,t) \quad (5)$$

where

$$P(x,y,t)|_{t=0} = Q_H$$

In order to investigate the basic characteristics of the heat body - calculations of cooling the body are made (cube, prism).The cube is at 300m depth and has sides equal 300m, i.e. $-150 < x < 150$; $-150 < y < 150$; $300 < z < 600$, And the prism is at the same depth but has dimensions 4 times bigger on the Ox, i.e. $-600 < x < 600$ The dimensions on the Oy and on the Oz are the same.

At the beginning we will study how the temperature changes near the body and how the cooling the prism differs from that of the cube. In fig.2 we can see the changes of temperature in depth for different periods and point near the body.

It is easy to notice that in the direction of Ox passing through the center of the body the cooling of the prism is slower than that of the cube. The maximum temperature is concentrated around the body and for the first 100 years the temperature of the body goes down with 5%. After 1000 years the body temperature goes down with 25%. After 3000 years it remains 25% from the initial temperature, and after 10000 years 10% of the initial temperature is kept.

This can be seen in fig.3 and fig.4, where the changes of temperature in at around the body are given.

On fig.3 there is a change of temperature in the body:

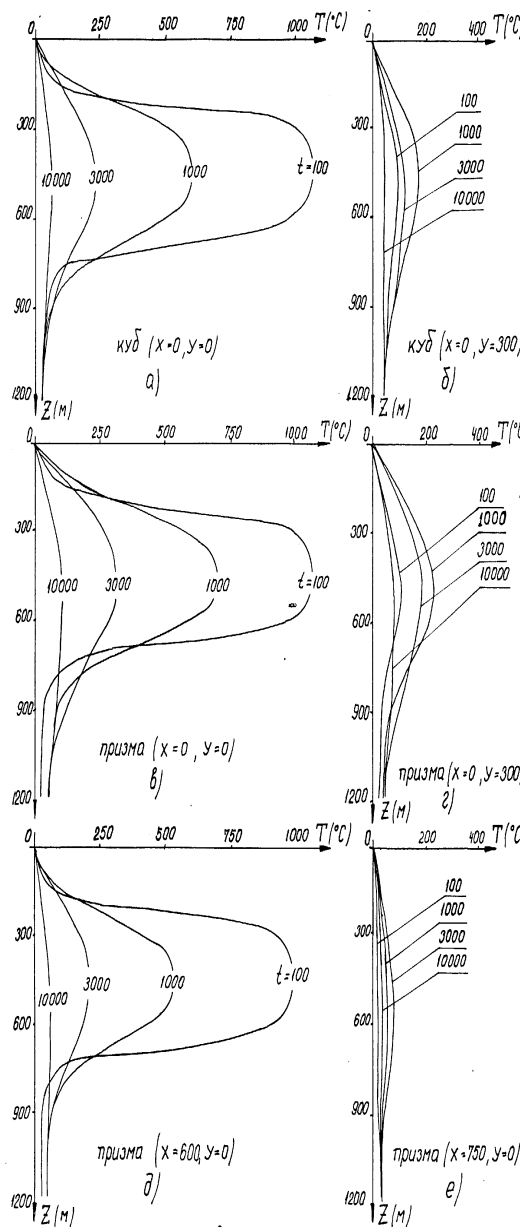


Figure 2.

- center of the cube (x=0, y=0, z=450);
- center of the prism (x=0, y=0, z=450);
- . - . - . prism (x=600, y=0, z=450);

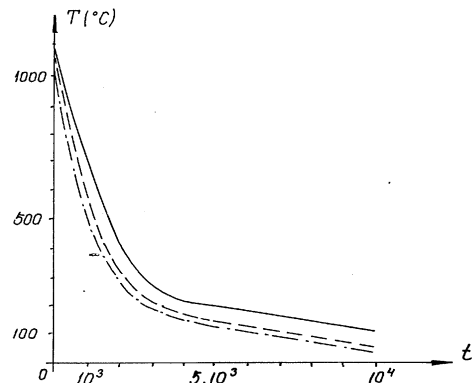


Figure 3.

In Fig.4 there is a change of temperature around the body:

- around the cube ($x=0, y=300, z=300$);
- - - - around the prism ($x=0, y=300, z=450$);
- around the prism ($x=750, y=0, z=450$).

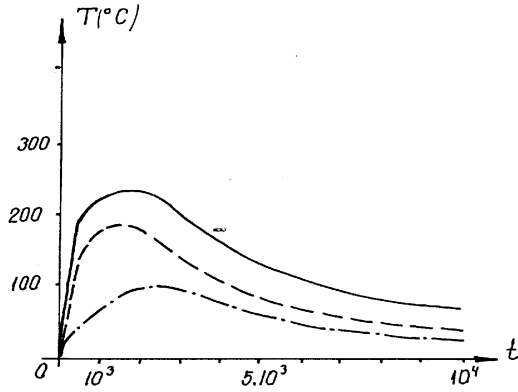


Figure 4.

We can see that in the body the first 2000 years the temperature goes down at the speed of $0,35 \div 0,4^\circ\text{C} / \text{y}$.

Table 1. Cube $q = \lambda u_z(t, x = 0, y, z = 0)$

y/t	0	150	300	450	600	750	900	1050	1200
100	0.796	0.431	0.086	0.062	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06
1000	2.10	1.652	0.954	0.328	0.138	0.084	0.067	0.062	0.061
3000	1.182	1.008	0.672	0.356	0.192	0.118	0.086	0.072	0.069
10000	0.31	0.286	0.234	0.176	0.134	0.106	0.09	0.081	0.078

Table 2. Prism $q(t, x = 0, y, z = 0)$

y/t	0	150	300	450	600	750	900	1050	1200
100	1.168	0.840	0.456	0.094	0.062	0.062	0.06	0.06	0.06
1000	2.636	2.114	1.264	0.282	0.198	0.104	0.074	0.064	0.062
3000	1.774	1.540	1.068	0.596	0.322	0.182	0.116	0.096	0.082
10000	0.542	0.504	0.414	0.310	0.226	0.168	0.132	0.114	0.108

Table 3. Prism $q(t, x, y = 0, z = 0)$

y/t	0	150	300	450	600	750	900	1050	1200
100	1.168	1.168	1.166	1.142	0.798	0.430	0.086	0.062	0.06
1000	2.636	2.624	2.570	2.376	1.743	0.978	0.338	0.148	0.108
3000	1.774	1.754	1.680	1.504	1.154	0.740	0.394	0.232	0.186
10000	0.542	0.534	0.506	0.456	0.382	0.298	0.226	0.184	0.170

With long periods the speed of cooling goes down quickly and at 4000 years the average speed is equal to $0,02^\circ\text{C} / \text{y}$.

In the beginning near the body the temperature does up and then it begins to go down. The time for reaching the maximum depends on the distance to the body and the location of the point to the boundary of the cube maximal temperature 190°C is reached for 1500 years from the initial moment of cooling the body. We get different results for the prism depending on which side we investigate the temperature and how near it is. If we near the big side at a distance of 150 m. then the maximum temperature is bigger then that of the cube and it is 240°C . It is also reached for 1500 years.

If we are at the end of the prism then the maximum temperature is much lower 100°C , and it is reached much later – up to 2500 years from the beginning of the body cooling. After reaching the maximum near the body the temperature goes down very slowly – approximately $0.01^\circ\text{C}/\text{y}$.

In tables 1, 2, 3 the calculations of non-stationary heat flow on the earth's surface are given. These results are presented in fig.5 for the cube and in fig.6 for the prism.

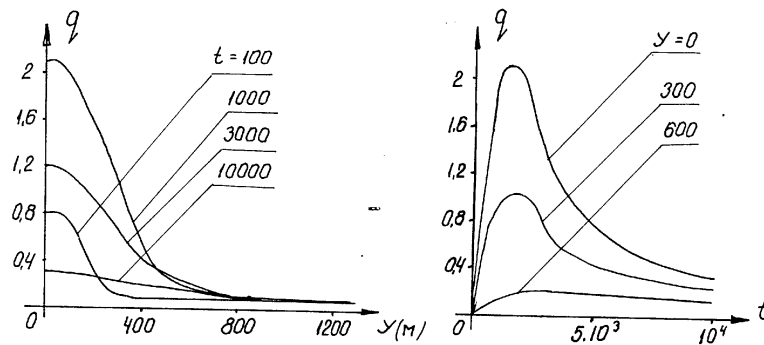


Figure 5.

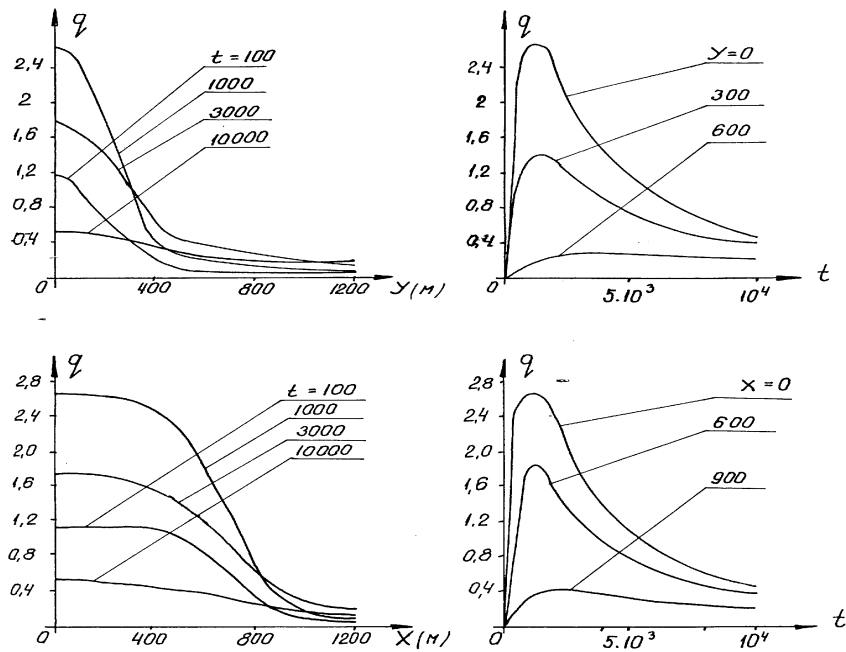


Figure 6.

CONCLUSION

The investigations carried out refer to a body that is not deep in the earth. If the body is at a great depth H , then all space characteristics increase $(H/300)$ times, and those depending on time - $(H/300)^2$ times.

So for a body, which is at depth of 3000m. time characteristic increase 100 times. Then the maximum of heat flow on earth's surface for this body will be reached in 100-200 thousand years. The location of the heat flow will get worse 10 times. If the body is at depth ($H=3000$ m.) the flow be localized in an area with radius 4000-5000 m.

REFERENCES

Carslow G. and all. – Heat Conductivity, Moscow, 1964. (In Russian)

Numerical Mathematics and Technics in Geophysics. Geophysical Reference, Moscow, Nedra, 1982. (In Russian)

Vlasov, V., Lyubimova E. – Mathematical Models in Geothermics. Problems at Mathematical Physics and Numerical Mathematics. Moscow, 1977. (In Russian)

Kutas R. and all - Modelling of heat flow. Naukova Dumka, Kiev, 1989 (In Russian)

Kostyanev S. - Mathematical Models of Geothermal Fields. Moscow University, Moscow, 1979. (In Russian).

Kostyanev S. – Mathematical Modelling of Geophysical Fields in Gradient Media. MGU, Sofia, 1999, (Monography- 200 pp.)

Recommended for publication by Department Applied Geophysics, Faculty of Geology and Prospecting