

## ГРАНИЧЕН АНАЛИЗ НА КРЪГЛИ ПЛАСТИНИ С ОТЧИТАНЕ НА СРЯЗВАЩОТО УСИЛИЕ

**Славчо Дончев**

Минно-геоложки университет  
"Св. Иван Рилски"  
София 1700, България

**Стефан Павлов**

Технически университет  
София, България

### РЕЗЮМЕ

В работата се предлага методика, позволяваща да се получи решение на нелинейното уравнение на Фон Мизе за пластичност. От уравненията за равновесие, подходящи за дефиниране на някои бездимензионни променливи и условията за пластичност на Фон Мизе се предлага алгоритъм за решение на нелинейно диференциално уравнение.

Разработен е програмен продукт с приложения от табличен и графичен материал при приети гранични условия, за подпряна и запъната пластина.

Резултатите са една основа за някои изследвания на крепежни елементи в минно-добивната промишленост.

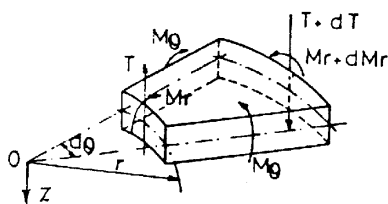
### ВЪВЕДЕНИЕ

Граничен анализ на кръгли идеално пластични пластини с отчитане на срязващото усилие е правен от много автори (Brotchine, 1960; Guerlement, Lamblin, 1972; Mohaghegh, Coon, 1973; Sawczuk, Jaeder, 1963). Една от първите разработки в тази област е (Sawczuk, Duszek, 1963). В нея се използва критерият на максималните тангенциални напрежения. В (Mohaghegh, Coon, 1973) се дават условията за пластичност на материал, подчиняващ се на критерия на Мизе, в интегрално-параметрична форма, но без да е решен проблемът за връзката между огъващия елемент и срязващото усилие. В (Brotchine, 1960; Shapiro, 1961) е получено обобщение на предходните резултати във вид на силно нелинейно уравнение на повърхнината и са решени различни частни случаи чрез подходящи линеализации на това уравнение.

В тази разработка се предлага методика, систематизираща всички предходни резултати и позволяваща да се получи решение на нелинейното уравнение на Фон Мизе за пластичността.

### УРАВНЕНИЕ ЗА РАВНОВЕСИЕ

На фиг. 1 са означени цилиндричните координати  $r$ ,  $\theta$ ,  $z$ , както и положителните посоки на силните моменти.



Фигура 1.

Уравнението за равновесие може да се запише в следната форма:

$$\frac{d}{dr}(r \cdot M_r) = M_\theta + r \cdot T \quad (1)$$

Подходящо е дефинирането на следните бездимензионни променливи:  $x$ ;  $m$ ;  $n$ ;  $t$ , както и размерните  $q$  и  $p$ :

$$\begin{aligned} x &= \frac{r}{R}; \quad m = \frac{M_r}{M_0}; \quad n = \frac{M_\theta}{M_0}; \quad q = \frac{T_e}{M_0}; \\ t &= \frac{r}{2R}; \quad p = \frac{P}{2\pi M_0} \end{aligned} \quad (2)$$

където  $M_0$ ,  $e$ ,  $R$  са съответно пластичният момент, дебелината и радиусът на пластината. При тези условия уравнение (1) добива нова форма:

$$\frac{dm}{dx} = \frac{1}{x}(n - m) + \frac{TR}{M} \quad (3)$$

### УСЛОВИЯ ЗА СЪЩЕСТВУВАНЕ НА ПЛАСТИЧНОСТ

#### 1. Независимо действие на огъващия момент и срязващото усилие

В (Shapiro, 1961) се допуска, че напреженията, породени от срязващото усилие могат да се разглеждат независимо от тези, предизвикани от огъващия момент. Условието за съществуване на пластичност в този случай се дава от уравненията:

$$F_1(T) = 0; \quad F_2(M_r, M_\theta) = 0 \quad (4)$$

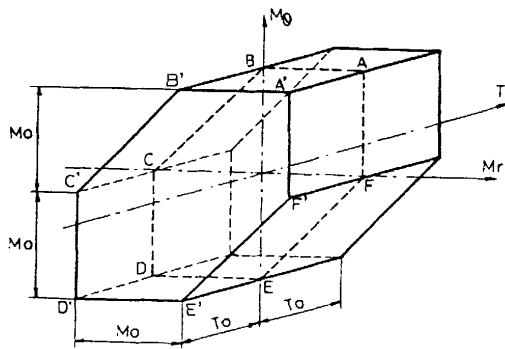
Произволната повърхнина на деформираната пластина може да се разглежда от малки равнини участъци, за които са валидни уравненията:

$$\begin{aligned} F_1 &= T \pm T_0 = 0; \\ F_2 &= \max\{|M_r|, |M_\theta|, |M_r - M_\theta|\} - M_0 = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

където  $T_0$  е срязващото усилие на единица дължина и се изчислява с релацията (6)

$$T_0 = E \cdot \tau_0, \quad (6)$$

в която  $\tau_0$  е граничното тангенциално напрежение на пластично провлачване при чисто срязване (фиг. 2).



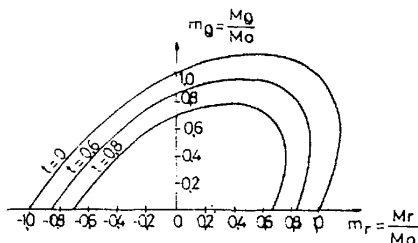
Фигура 2.

## 2. Едновременно действие на срязващото усилие и огъващия момент

**2.1. Условия за пластичност на Фон Мизе.** Условието за пластичност се записва във вида (Brotchine, 1960; Sawczuk, Jaeder, 1963).

$$M_r^2 - M_r M_\theta + M_\theta^2 + \frac{3}{4} \left( \frac{T}{T_0} \right)^2 - M_0^2 = 0 \quad (7)$$

и представлява елипсоид в координатната система  $M_r, M_\theta, T$ . На фиг. 3 са показани фамилия сечения на елипсоида с равнина, перпендикулярна на оста  $t$  ( $t$  се определя от равенството  $t = T/T_0$ ).



Фигура 3.

Фиг. 4 представлява сечение на (7) с равнината  $o, t, n$ . С отчитане на бездимензионните променливи (2) уравнението (7) добива нова форма:

$$f = m^2 - mn + n^2 + \frac{3}{16} q^2 - 1 = 0, \quad (8)$$

която може да се разглежда като квадратно уравнение спрямо  $n$ .

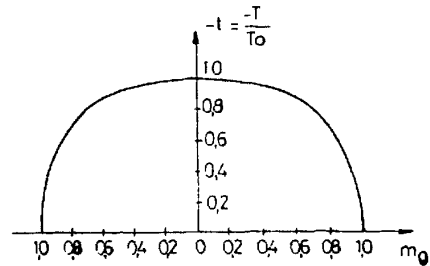
Следователно:

$$n = \frac{1}{2} \left[ m \pm \sqrt{4 - 3m^2 - \frac{3}{4} q^2} \right] \quad (9)$$

Очевидно е, че

$$n = \frac{1}{2} \left[ m + \sqrt{4 - 3m^2 - \frac{3}{4} q^2} \right] \quad n \geq \frac{m}{2} \quad (9a)$$

$$n = \frac{1}{2} \left[ m - \sqrt{4 - 3m^2 - \frac{3}{4} q^2} \right] \quad n \leq \frac{m}{2} \quad (9b)$$



Фигура 4.

**2.2. Максимуми на  $m$ .** Екстремумите на  $m$  се търсят в условията на пластичност, за да се дефинират статичните граници на разглежданата пластина.

За целта се изчисляват производните на (8):

$$\frac{df}{dm} = 0, \quad \frac{df}{dn} = 0, \quad (8a)$$

от където се намират релациите:

$$2n - m = 0, \quad 2m - n = 0 \quad (8b)$$

първата, от които съответства на  $m_{\max}$ . От (8) се определя

$$m = \pm \sqrt{\frac{4}{3} - \frac{q^2}{4}} \quad (10)$$

## ПРЕДЛАГАНЕ НА МЕТОДИКА

Елиминирането на  $n$  от (3) и (9) води до нелинейно диференциално уравнение:

$$\frac{dm}{dn} = \frac{1}{2x} \left[ -m \pm \sqrt{4 - 3m^2 - \frac{3}{4} q^2} \right] + \frac{TR}{M_0}, \quad (11)$$

което зависи от параметрите на търсения товар чрез  $q$  и  $T$ .

Предлага се следният алгоритъм:

1. Интегрира се числено (11) в интервала  $(x_i, m_i)$ ,  $(x_f, m_{f1})$ . В  $m_{f1}$  се запазва резултатът от решението, а  $x_f$  се намира между  $x_i + x_f$ .
2. Използвайки същият метод, повторно се интегрира (11), само че в интервала  $(x_f, m_f) \div (x_f, m_{f2})$ , като  $m_{f2}$  представлява полученото решение.
3. Според условията  $m_{f2} \geq \leq m_{f1}$  се коригират параметрите на натоварването и се започва отново стъпка 1°.
4. Процедурата спира, когато разликата между  $m_{f1}$  и  $m_{f2}$  е пренебрежимо малка, което може да се заложи като допустима точност на решението на задачата.

По този алгоритъм е разработен програмен продукт.

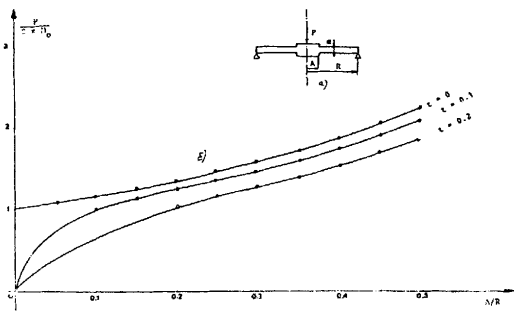
## ПРИЛОЖЕНИЯ

### 1. Подпряна пластина (фиг. 5а)

Гранични условия:

$$x_i = \frac{A}{R}, m_i = \sqrt{\frac{4}{3} - \frac{P^2 t^2}{(A/R)^2}}, x_f = 1, m_f = 0$$

Резултатите са дадени в табличен (таблицы 1, 2, 3, 4) и графичен (фиг. 5b) вид.



Фигура 5.

### 2. Запъната пластина (фиг. 6а)

Гранични условия:

$$x_i = \frac{A}{R}, m_i = \sqrt{\frac{4}{3} - \frac{P^2 t^2}{(A/R)^2}}, x_f = 1, m_f = -\sqrt{\frac{4}{3} - P^2 t^2}$$

Таблица 1 t=0.05

A/R	$\frac{P_1}{2\pi M_0}$ без сръзващо усилие	$\frac{P_2}{2\pi M_0}$ със сръзващо усилие	$\Delta = \frac{P_1 - P_2}{P_2}$ %
0.1	1.193510	1.156638	3.19
0.15	1.276320	1.249567	2.14
0.20	1.365865	1.342972	1.70
0.25	1.465136	1.443725	1.48
0.30	1.577100	1.555844	1.37
0.35	1.705235	1.683139	1.31
0.40	1.853964	1.830071	1.31
0.45	2.029181	2.002376	1.33

0.50	2.239053	2.207852	1.41
Таблица 2 <span style="float: right;">t=0.1</span>			
A/R	$\frac{P_1}{2\pi M_0}$ без сръзващо усилие	$\frac{P_2}{2\pi M_0}$ със сръзващо усилие	$\Delta = \frac{P_1 - P_2}{P_2}$ %
0.1	1.193510	1.037124	15.07
0.15	1.276320	1.171673	8.93
0.20	1.365865	1.277697	6.90
0.25	1.465136	1.383078	5.93
0.30	1.577100	1.495829	5.43
0.35	1.705235	1.620916	5.20
0.40	1.853964	1.762994	5.15
0.45	2.029181	1.927436	5.27
0.50	2.239053	2.121118	5.56

Таблица 3 t=0.15

A/R	$\frac{P_1}{2\pi M_0}$ без сръзващо усилие	$\frac{P_2}{2\pi M_0}$ със сръзващо усилие	$\Delta = \frac{P_1 - P_2}{P_2}$ %
0.1	1.193510	-	-
0.15	1.276320	1.046800	21.92
0.20	1.365865	1.178598	15.89
0.25	1.465136	1.292342	13.37
0.30	1.577100	1.406607	12.12
0.35	1.705235	1.528858	11.53
0.40	1.853964	1.664303	11.39
0.45	2.029181	1.817979	11.61
0.50	2.239053	1.995693	12.19

Таблица 4 t=0.20

A/R	$\frac{P_1}{2\pi M_0}$ без сръзващо усилие	$\frac{P_2}{2\pi M_0}$ със сръзващо усилие	$\Delta = \frac{P_1 - P_2}{P_2}$ %
0.1	1.193510	-	-
0.15	1.276320	-	-
0.20	1.365865	1.055572	29.39
0.25	1.465136	1.182634	23.88
0.30	1.577100	1.299774	21.33
0.35	1.705235	1.419349	20.14
0.40	1.853964	1.547722	19.78
0.45	2.029181	1.689841	20.08
0.50	2.239053	1.85063	20.99

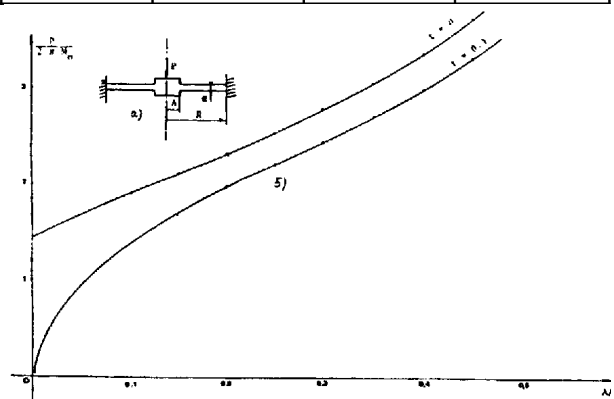
Таблицы 5, 6, 7 съдържат резултати от численото интегриране, а фиг. 6б илюстрира изчисленията.

Таблица 5

t=0.05

A/R	$\frac{P_1}{2\pi M_0}$ без срязващо усилие	$\frac{P_2}{2\pi M_0}$ със срязващо усилие	$\Delta = \frac{P_1 - P_2}{P_2}$ %
0.1	1.897169	1.749513	8.44
0.15	2.097663	1.994682	5.16
0.20	2.304407	2.216200	3.98
0.25	2.526285	2.442476	3.43
0.30	2.770641	2.685430	3.17
0.35	3.045226	2.954035	3.09
0.40	3.359381	3.257489	3.13
0.45	3.725231	3.606797	3.28
0.50	4.159343	4.016234	3.56

0.50	4.159343	3.191302	30.33
------	----------	----------	-------



Фигура 6.

Таблица 6

t=0.1

A/R	$\frac{P_1}{2\pi M_0}$ без срязващо усилие	$\frac{P_2}{2\pi M_0}$ със срязващо усилие	$\Delta = \frac{P_1 - P_2}{P_2}$ %
0.1	1.897169	-	-
0.15	2.0976668	1.672251	25.44
0.20	2.304407	1.964258	17.32
0.25	2.526285	2.210647	14.28
0.30	2.770641	2.453915	12.91
0.35	3.045226	2.709750	12.38
0.40	3.359381	2.988364	12.42
0.45	3.725231	3.298988	12.92
0.50	4.159343	3.651618	13.90

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Като се изходи от направените изчисления може да се констатира следното:

а) при подпряна пластина класическата теория дава удовлетворителни резултати при:

$$\frac{3R}{20} \leq e \leq \frac{R}{5}$$

б) при запъната пластина класическата теория е подходяща при

$$\frac{3R}{20} \leq e \leq \frac{R}{10}$$

Таблица 7

t=0.15

A/R	$\frac{P_1}{2\pi M_0}$ без срязващо усилие	$\frac{P_2}{2\pi M_0}$ със срязващо усилие	$\Delta = \frac{P_1 - P_2}{P_2}$ %
0	1.230570	-	-
0.1	1.897169	-	-
0.15	1.976668	-	-
0.20	2.304407	-	-
0.25	2.526285	1.865976	35.39
0.30	2.770641	2.125957	30.32
0.35	3.045226	2.374025	28.27
0.40	3.359381	2.628064	27.83
0.45	3.725231	2.897946	28.55

## ЛИТЕРАТУРА

- Brotchine. 1960. Elastic-plastic analysis of transversely loaded plates. Proc. ASCE, J. of Eng. Mech., 86.
- Guerlement, D. Lamblin. 1972. Analyse limite de plaques arcuaires avec la condition de plasticite de von Mises. Bull. Tech. De la Suisse Romande.
- Mohaghegh, M. Coon. 1973. Plastic analysis of thick urenlar plater. Jht. J. Mech. Sc. , 15.
- Sawczuk, T. Jaeder. 1963. Grenztrasgfachigkeit Theorie der Platten. Springerverlag. Berlin.
- Sawczuk, M. Duszek. 1963. A note on the interaction of shear and bending in plastic plates. Archiwum Mechaniki Stosowanej, 3/15.
- Shapiro. 1961. On yield Surfaces for idally plastic shells. Problem of cont. mechanica, SIAM, Philadelfia.

## A BOUNDARY ANALYSIS OF ROUND PLATES BY SHEAR FORCE CALCULATION

Slavcho Donchev

Stefan Pavlov

University of Mining and Geology  
"St. Ivan Rilski"  
Sofia 1700, Bulgaria

Technical University  
Sofia, Bulgaria

### ABSTRACT

A method is proposed which allows to solve Von Mises's nonlinear plasticity equation. An algorithm is suggested for solving a nonlinear differential equation on the basis of the balance equations which are suitable for defining some dimensionless variables of Von Mises's plasticity conditions.

A software product has been developed with tabular and graphic appendices referring to accepted boundary conditions for propped and jammed plate.

The results can be used as a basis for certain studies on support elements in the mining industry.

### INTRODUCTION

Boundary analysis of round ideally plastic plates is done by many authors (Brotchine, 1960; Guerlement, Lamblin, 1972; Mohaghegh, Coon, 1973; Sawczuk, Jaeder, 1963). One of the first published papers in this scientific area is (Sawczuk, Duszek, 1963). The criterium of maximal tangential stresses is used in it. In (Mohaghegh, Coon, 1973) are given the conditions for plasticity of a material, which follows Mises's criterium in integral-parametric form, but the question about bending element and shearing stresses is not solved. In (Brotchine, 1960; Shapiro, 1961) a generalisation of previous results as a high non-linear equation of a surface and some particular cases are solved by using suitable linearisation of this equation.

In this article a method, systemizing all previous results and permitting to obtain solution of non-linear Von Mises's equation is proposed.

### EQUILIBRIUM EQUATION

On fig.1 cylindrical coordinates  $r, \theta, z$  and positive directions of forces and moments are given.

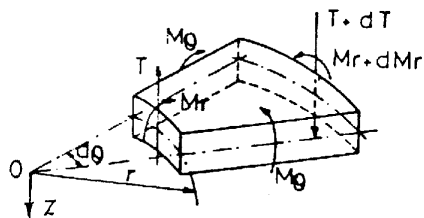


Figure 1.

The equilibrium equation could be written in the form:

$$\frac{d}{dr}(r \cdot M_r) = M_\theta + r \cdot T \quad (1)$$

It is suitable non-dimension variables  $x; m; n; t$  and the dimensional  $q$  and  $p$  to be defined:

$$\begin{aligned} x &= \frac{r}{R}; \quad m = \frac{M_r}{M_0}; \quad n = \frac{M_\theta}{M_0}; \quad q = \frac{T_e}{M_0}; \\ t &= \frac{r}{2R}; \quad p = \frac{P}{2\pi M_0} \end{aligned} \quad (2)$$

where  $M_0, e, R$  are plastic moment, thickness and radius of the plate.

$$\frac{dm}{dx} = \frac{1}{x}(n - m) + \frac{TR}{M} \quad (3)$$

### CONDITIONS FOR PLASTICITY EXISTENCE

#### 1. Independent action of bending moment and shearing force

On (Shapiro, 1961) is assumed that stresses, caused by shearing force could be discussed independently from those of bending moment. The condition for plasticity existence in this case is given by the equations

$$F_1(T) = 0; \quad F_2(M_r, M_\theta) = 0 \quad (4)$$

The arbitrary surface of the deformed plate could be assumed as small flat surfaces for which the equations (5) are valid:

$$\begin{aligned} F_1 &= T \pm T_0 = 0; \\ F_2 &= \max\{|M_r|, |M_\theta|, |M_r - M_\theta|\} - M_0 = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

where  $T_0$  is shearing force for one unit length and is solved using the relation

$$T_0 = E \cdot \tau_0 \quad (6)$$

where  $\tau_0$  is tangential stress limit of plastic yield in pure shearing (fig.2).

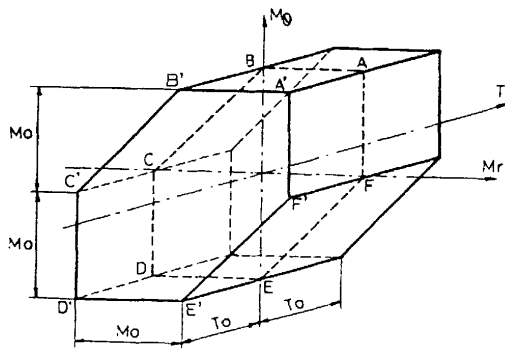


Figure 2.

## 2. Mutual action of shearing force and bending moment

**2.1. Von Mises's plasticity conditions.** Plasticity condition is written in the form (Brotschine, 1960; Sawczuk, Jaeder, 1963).

$$M_r^2 - M_r M_\theta + M_\theta^2 + \frac{3}{4} \left( \frac{T E}{2} \right)^2 - M_o^2 = 0 \quad (7)$$

and presents an ellipsoid in coordinate system  $M_r$   $M_\theta$   $T$ . Family of sections of ellipsoid with a plane perpendicular to the axis  $t$  ( $t$  could be determined from the equation  $t = T/T_o$ ) are presented on fig.3.

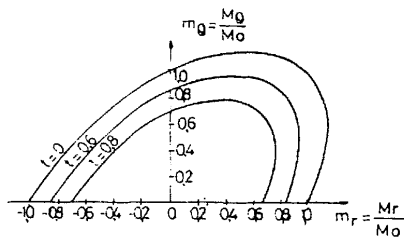


Figure 3.

Fig. 4 is a section of (7) with the plane  $o$ ,  $t$ ,  $n$ . Taking into account of non-dimensional variables (2), the equation (7) could be written in the form which could be taken as a square equation towards  $n$ .

$$f = m^2 - mn + n^2 + \frac{3}{16} q^2 - 1 = 0 \quad (8)$$

There fore:

$$n = \frac{1}{2} \left[ m \pm \sqrt{4 - 3m^2 - \frac{3}{4} q^2} \right] \quad (9)$$

It is evident that

$$n = \frac{1}{2} \left[ m + \sqrt{4 - 3m^2 - \frac{3}{4} q^2} \right] \quad n \geq \frac{m}{2} \quad (9a)$$

$$n = \frac{1}{2} \left[ m - \sqrt{4 - 3m^2 - \frac{3}{4} q^2} \right] \quad n \leq \frac{m}{2} \quad (9b)$$

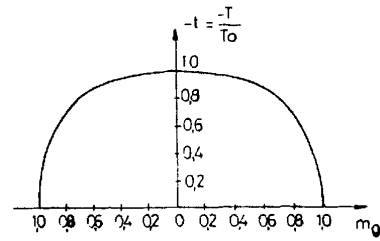


Figure 4.

**2.2. Maximum of  $m$ .** The  $m$  extremums are searched in plasticity conditions, static limits for the plate discussed to be defined.

For the purpose derivatives of (8) must be computed:

$$\frac{df}{dm} = 0, \quad \frac{df}{dn} = 0, \quad (8a)$$

from where the relations are defined

$$2n - m = 0, \quad 2m - n = 0 \quad (8b)$$

and the first one of them corresponds to  $m_{max}$ . From (8) could be found

$$m = \pm \sqrt{\frac{4}{3} - \frac{q^2}{4}} \quad (10)$$

## METHOD PROPOSED

The elimination of  $n$  from (3) and (9) leads to a differential equation:

$$\frac{dm}{dn} = \frac{1}{2x} \left[ -m \pm \sqrt{4 - 3m^2 - \frac{3}{4} q^2} \right] + \frac{TR}{M_o}, \quad (11)$$

Which is dependent of searched load parameters by  $q$  and  $T$ .

The algorithm proposed is as follows:

1. Equation (11) is integrated numerically into the interval  $(x_i, m_i)$ ,  $(x_f, m_{r1})$ . The result from the decision is saved in  $m_{r1}$ , and  $x_f$  is between  $x_i + x_f$ .
2. Using the same method (11) is integrated for the second time, but in the interval  $(x_f, m_f) \div (x_f, m_{r2})$  and  $m_{r2}$  is the solution obtained.
3. Under the conditions  $m_{r2} \geq m_{r1}$  load parameters are corrected and then procedure 1° is repeated.
4. The procedure is stopped when the difference between  $m_{r1}$  and  $m_{r2}$  is negligably small, what could be put as an allowed punctuality of the solvation.

A software product is elaborated by following the algorithm above.

## APPLICATIONS

**1. Propped plate (fig.5a)**

Boundary conditions

$$x_i = \frac{A}{R}, m_i = \sqrt{\frac{4}{3} - \frac{P^2 t^2}{(A/R)^2}}, x_f = 1, m_f = 0$$

Results obtained are given in tables 1, 2, 3, 4 and as graphs (fig. 5b).

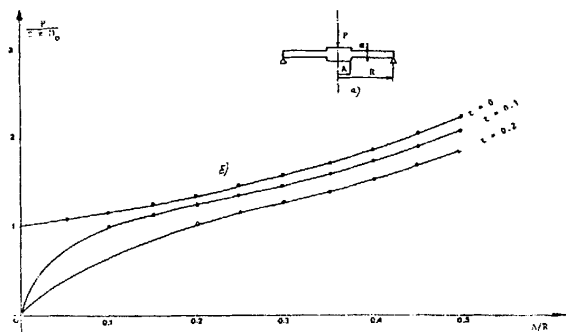


Figure 5

**2. Fixed plate (fig.6a)**

Boundary conditions

$$x_i = \frac{A}{R}, m_i = \sqrt{\frac{4}{3} - \frac{P^2 t^2}{(A/R)^2}}, x_f = 1, m_f = -\sqrt{\frac{4}{3} - P^2 t^2}$$

Table 1 t=0.05

A/R	$\frac{P_1}{2\pi M_0}$ without shearing force	$\frac{P_2}{2\pi M_0}$ with shearing force	$\Delta = \frac{P_1 - P_2}{P_2}$ %
0.1	1.193510	1.156638	3.19
0.15	1.276320	1.249567	2.14
0.20	1.365865	1.342972	1.70
0.25	1.465136	1.443725	1.48
0.30	1.577100	1.555844	1.37
0.35	1.705235	1.683139	1.31
0.40	1.853964	1.830071	1.31
0.45	2.029181	2.002376	1.33
0.50	2.239053	2.207852	1.41

Table 2 t=0.1

A/R	$\frac{P_1}{2\pi M_0}$ without shearing force	$\frac{P_2}{2\pi M_0}$ with shearing force	$\Delta = \frac{P_1 - P_2}{P_2}$ %
0.1	1.193510	1.037124	15.07
0.15	1.276320	1.171673	8.93
0.20	1.365865	1.277697	6.90
0.25	1.465136	1.383078	5.93

0.30	1.577100	1.495829	5.43
0.35	1.705235	1.620916	5.20
0.40	1.853964	1.762994	5.15
0.45	2.029181	1.927436	5.27
0.50	2.239053	2.121118	5.56

Table 3 t=0.15

A/R	$\frac{P_1}{2\pi M_0}$ without shearing force	$\frac{P_2}{2\pi M_0}$ with shearing force	$\Delta = \frac{P_1 - P_2}{P_2}$ %
0.1	1.193510	-	-
0.15	1.276320	1.046800	21.92
0.20	1.365865	1.178598	15.89
0.25	1.465136	1.292342	13.37
0.30	1.577100	1.406607	12.12
0.35	1.705235	1.528858	11.53
0.40	1.853964	1.664303	11.39
0.45	2.029181	1.817979	11.61
0.50	2.239053	1.995693	12.19

Table 4 t=0.20

A/R	$\frac{P_1}{2\pi M_0}$ without shearing force	$\frac{P_2}{2\pi M_0}$ with shearing force	$\Delta = \frac{P_1 - P_2}{P_2}$ %
0.1	1.193510	-	-
0.15	1.276320	-	-
0.20	1.365865	1.055572	29.39
0.25	1.465136	1.182634	23.88
0.30	1.577100	1.299774	21.33
0.35	1.705235	1.419349	20.14
0.40	1.853964	1.547722	19.78
0.45	2.029181	1.689841	20.08
0.50	2.239053	1.85063	20.99

Tables 5, 6, 7 contain results from numerical integration and fig.6b illustrates the calculations.

Table 5 t=0.05

A/R	$\frac{P_1}{2\pi M_0}$ without shearing force	$\frac{P_2}{2\pi M_0}$ with shearing force	$\Delta = \frac{P_1 - P_2}{P_2}$ %
0.1	1.897169	1.749513	8.44
0.15	2.097663	1.994682	5.16
0.20	2.304407	2.216200	3.98
0.25	2.526285	2.442476	3.43

0.30	2.770641	2.685430	3.17
0.35	3.045226	2.954035	3.09
0.40	3.359381	3.257489	3.13
0.45	3.725231	3.606797	3.28
0.50	4.159343	4.016234	3.56

Table 6 t=0.1

A/R	$\frac{P_1}{2\pi M_0}$ without shear- ing force	$\frac{P_2}{2\pi M_0}$ with shearing force	$\Delta = \frac{P_1 - P_2}{P_2}$ %
0.1	1.897169	-	-
0.15	2.0976668	1.672251	25.44
0.20	2.304407	1.964258	17.32
0.25	2.526285	2.210647	14.28
0.30	2.770641	2.453915	12.91
0.35	3.045226	2.709750	12.38
0.40	3.359381	2.988364	12.42
0.45	3.725231	3.298988	12.92
0.50	4.159343	3.651618	13.90

Table 7 t=0.15

A/R	$\frac{P_1}{2\pi M_0}$ without shear- ing force	$\frac{P_2}{2\pi M_0}$ with shearing force	$\Delta = \frac{P_1 - P_2}{P_2}$ %
0	1.230570	-	-
0.1	1.897169	-	-
0.15	1.976668	-	-
0.20	2.304407	-	-
0.25	2.526285	1.865976	35.39
0.30	2.770641	2.125957	30.32
0.35	3.045226	2.374025	28.27
0.40	3.359381	2.628064	27.83
0.45	3.725231	2.897946	28.55
0.50	4.159343	3.191302	30.33

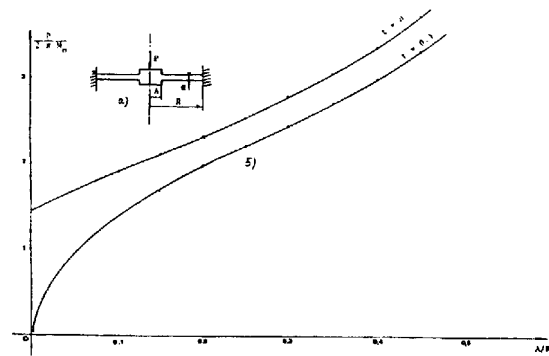


Figure 6.

### CONCLUSION

Taking into account the computations made the following conclusions could be made:

- For a propped plate the classic theory gives enough good results if

$$\frac{3R}{20} \leq e \leq \frac{R}{5}$$

- For a fixed plate classic theory is suitable if

$$\frac{3R}{20} \leq e \leq \frac{R}{10}$$

### REFERENCES

- Brotchine. 1960. Elastic-plastic analysis of transversely loaded plates. Proc. ASCE, J. of Eng. Mech., 86.
- Guerlement, D. Lamblin. 1972. Analyse limite de plaques arcuaires avec la condition de plasticite de von Mises. Bull. Tech. De la Susse Romande.
- Mohaghegh, M. Coon. 1973. Plastic analysis of thick urenlar plater. Jht. J. Mech. Sc. , 15.
- Sawczuk, T. Jaeder. 1963. Grenztrasgfhigkeit Theorie der Platten . Springer-Verlag. Berlin.
- Sawczuk, M. Duszek. 1963. A note on the interaction of shear and bending in plastic plates. Archiwum Mechaniki Stosowanej, 3/15.
- Shapiro. 1961. On yield Surfaces for idally plastic shells.Problem of cont. mechanics, SIAM, Philadelfia, .

Recommended for publication by Department of Mechanical Engineering, Faculty of Mining Electromechanics